

Vypuštěno!

Petra Směšná

Výstup RVP: žák chápe funkci jako vyjádření závislosti veličin, umí vyjádřit funkční vztah tabulkou, rovnicí i grafem, rozumí symbolickým zápisům, které se týkají funkcí, a užívá je, dovede vyjádřit reálné situace pomocí funkčních vztahů a řeší tak i slovní úlohy

Klíčová slova: lineární funkce, graf funkce

Laboratorní úloha

Doba na přípravu:

10 min

Doba na provedení:

45 min

Obtížnost:

střední

- Úkol**
- Změřte závislost tíhy vody vytékající z trychtýře na čase.
 - Naměřená data proložte lineární funkcí.

Pomůcky Trychtýř s vodou, provázek, siloměr, stojan, nádoba na vytékající vodu, počítač, LabQuest, program Logger Pro

Teoretický úvod Pokud naplníme trychtýř vodou a necháme vodu vytékat, může nás zajímat, za jak dlouho všechna voda vyteče, jak se bude během tohoto procesu měnit tíha trychtýře a jestli se tíha trychtýře s vodou mění podle některé funkce. Toto můžeme zodpovědět pomocí pokusu, kdy budeme měřit závislost tíhy trychtýře, z něhož vytéká voda, na čase.

- Vypracování**
- Upevněte siloměr do stojanu a připojte ho do LabQuestu. Nastavte rozsah na 10 N.
 - Pomocí provázku zavěste trychtýř na siloměr.
 - Umístěte pod trychtýř nádobu na vodu.
 - Protože chcete měřit pouze tíhu vody v trychtýři, počkejte, až se trychtýř přestane houpat, a v programu Logger Pro klikněte na tlačítko **Nulovat** v panelu nástrojů. Tak nebudete brát v potaz tíhu samotného trychtýře.
 - Nastavte dobu měření na 20 s.
 - Ucpěte prstem otvor v trychtýři a naplňte ho vodou.
 - Spusťte měření a rychle uvolněte trychtýř, aby voda mohla odtékat.
 - Počkejte na skončení měření. Pokud se trychtýř nevyprázdní do skončení měření, měření opakujte pro delší časový úsek.
 - Měli byste dostat graf, který ukazuje klesající funkci. Jakmile voda vyteče, graf funkce bude vodorovný.
 - Pokud doba vyprázdnění trychtýře je mnohem kratší než 20 s, upravte si nastavení grafu tak, aby závěrečná horizontální část nebyla delší než několik sekund. Lze to udělat tak, že kliknete na maximální hodnotu času 20 a místo ní napíšete hodnotu menší.

- Analýza dat**
- Klikněte do oblasti grafu, aby se stal aktivním, a vyberte tlačítko **Odečet hodnot**.
 - V oblasti, kde naměřená data odpovídají klesající lineární funkci, vyberte dva body a zapíšte hodnoty jejich souřadnic x a y (zaokrouhlujte na dvě desetinná místa).
 - Pomocí těchto bodů spočítejte směrnici přímky a zapíšte ji do tabulky.

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

Proč je tato hodnota záporná?

x_1		y_1	
x_2		y_2	
směrnice			
průsečík s osou x		průsečík s osou y	

Vypuštěno!

- 4) Chceme zjistit rovnici přímky, která odpovídá lineární části vašeho grafu (pouze doba, kdy vytéká voda z trychtýře). K tomu je potřeba průsečík této přímky s osou y , který je v rovnici přímky znázorněn číslem q . Nebudeme ho zjišťovat odečítáním z grafu, protože lineární část grafu nemusí tuto osu protínat. Použijte proto rovnici přímky a místo proměnných dosadte jeden ze zjištěných bodů.

$$y_1 = k \cdot x_1 + q$$

Po úpravách dostanete

$$q = y_1 - k \cdot x_1$$

Zapište tento průsečík do tabulky a napište výslednou rovnici přímky:

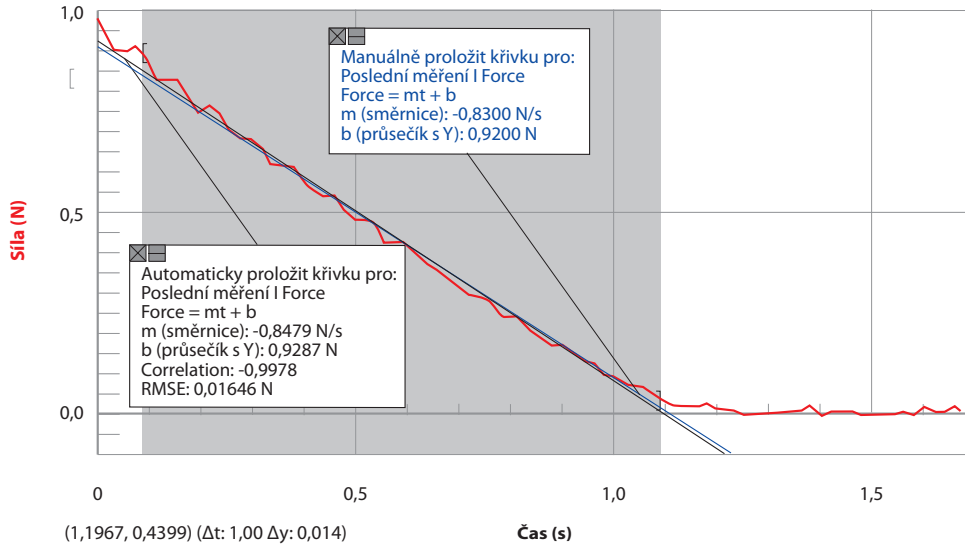
$y =$

- 5) Proložte grafem přímku, jejíž rovnici jste spočítali:
- Vyberte **Analýza** → **Proložit křivku**. Zatrhněte **Manuální aproximace**.
 - V panelu rovnice vyberte $mt + b$ (Lineární).
 - Do pole pro m napište hodnotu směrnice a do pole pro b doplňte průsečík s osou y .
 - Stisknutím tlačítka OK se vrátíte zpátky do grafu.
- 6) Nakolik odpovídá tato přímka naměřeným hodnotám? Prochází některými konkrétními body?
- 7) Spočítejte x -ovou souřadnici průsečíku s osou x a doplňte ji do tabulky společně s jednotkami. Co v našem pokusu tato hodnota značí?
- 8) Můžete také použít program Logger Pro, který proloží daný úsek lineární funkcí.
- Klikněte na graf, aby se stal aktivním.
 - Stisknutím pravého tlačítka a tažením myši vyberte lineární část grafu.
 - Stiskněte tlačítko **Proložit přímku**.
 - Zapište si rovnici přímky, kterou pro vás spočítal program.
- 9) Jsou tyto dvě rovnice rozdílné? Proč by mohly být?
- 10) Jak byste museli upravit podmínky měření, aby vám vyšla pozvolnější přímka? Jak by se změnila směrnice této přímky?

Vypuštěno!

Petra Směšná

Výsledky



x_1	0,26 s	y_1	0,70 N
x_2	0,62 s	y_2	0,40 N
směrnice	-0,83		
průsečík s osou x	1,12 s	průsečík s osou y	0,92 N

Směrnice přímky je záporná, protože se jedná o klesající přímku.

Manuálně spočítaná rovnice přímky: $y = -0,83 \cdot x + 0,92$

Rovnice spočítaná lineární regresí: $y = -0,85 \cdot x + 0,93$

Proložená přímka, jejíž rovnici jsme určili z grafu, vcelku dobře kopíruje naměřená data. Pokud si zobrazíme jednotlivé body, zjistíme, že některými z nich skutečně prochází.

Průsečík s osou x odpovídá času, kdy došlo k vyprázdnění trychtýře. V našem případě přibližně 1,10 s.

Při automatickém proložení naměřených dat přímkou získáváme stejnou rovnici se stejnými koeficienty.

Aby byla přímka pozvolnější, museli bychom zúžit otvor, kterým vytéká voda. Směrnice proložené přímkou by pak byla vyjádřena vyšší číselnou hodnotou (pozor – záporná čísla!).