

Funkce – lineární funkce

Do hloubky!

Petra Směšná

Výstup RVP: žák chápe funkci jako vyjádření závislosti veličin, umí vyjádřit funkční vztah tabulkou, rovnicí i grafem, dovede vyjádřit reálné situace pomocí funkčních vztahů a řeší tak i slovní úlohy

Klíčová slova: lineární funkce, graf funkce, přímá úměrnost, směrnice, sklon přímky, průsečík s osou y

Laboratorní práce

Doba na přípravu:

5 min

Doba na provedení:

45 min

Obtížnost:

nízká

Úkol Změřte závislost tlaku ve vodě na hloubce ponoru. Porovnejte tuto závislost s grafem lineární funkce, kterou proložíte naměřenými body.

Pomůcky Počítač, LabQuest, program Logger Pro, čidlo tlaku, pravítko, dřevěná tyč, izolepa, nůžky, odměrný válec (nebo jiná nádoba na vodu)

Postup Pokud se budete potápět v bazénu, ucítíte tlak ve svých uších. Tento tlak je způsoben množstvím vody, která se nachází mezi vámi a hladinou, a proto roste s hloubkou ponoru. Fyzikální vztah pro hydrostatický tlak má tvar $p_h = h \cdot \rho \cdot g$, kde h je hloubka pod hladinou, ρ hustota vody a g hodnota tíhového zrychlení. Můžeme říci, že tlak závisí lineárně na hloubce. Tuto závislost matematicky popíšeme vztahem $y = k \cdot x + q$, kde y je pro nás tlak a x je hloubka ponoru. Význam konstant k a q objevíme v průběhu naší práce.

- Vypracování**
1. Naplňte válec, jehož výška je alespoň 20 cm, vodou. Na dřevěnou tyč si udělejte rysky po 2,5 cm.
 2. Jeden konec hadičky připojte k čidlu tlaku a druhý konec připevněte izolepou k dřevěné tyčce s ryskou (můžete použít pravítko) v místě nuly.
 3. Spusťte program Logger Pro a připravte měření. V nastavení **Sběru dat** vyberte mód **Události se vstupem**. Nově zadávanou veličinou je **hloubka v cm**.
 4. Nastavte zobrazení měřených veličin. Na vodorovnou osu vyberte **Hloubka (cm)** a na svislou osu **Tlak (kPa)**.
 5. Spusťte **Sběr dat**. Počkejte, až se ustálí hodnota tlaku, a stiskněte **Zachovat**.
 6. Napište 0 cm pro aktuální hloubku.
 7. Ponořte čidlo tlaku s dřevěnou tyčí až po první rysku na tyčce. Čidlo by v této chvíli mělo být 2,5 cm pod hladinou. Stiskněte **Zachovat** a zapište hloubku 2,5 cm.
 8. Ponořte čidlo tlaku po druhou rysku, stiskněte **Zachovat** a zapište aktuální hloubku 5 cm.
 9. Takto pokračujte dále, až máte naměřeno alespoň osm hodnot.
 10. Měření ukončíte stiskem tlačítka **Stop**.

- Analýza dat**
1. Klikněte do oblasti grafu, aby se stal aktivním, a vyberte tlačítko **Odečet hodnot**.
 2. Pohybuje kurzorem po naměřených hodnotách. Vyberte libovolné dva body (x_1, y_1) a (x_2, y_2) a zapište jejich souřadnice do následující tabulky.

	x: Hloubka (cm)	y: Tlak (kPa)
1. bod		
2. bod		

3. Použijte body z vaší tabulky k výpočtu směrnice k .

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} =$$

4. Lineární funkce má tvar $y = k \cdot x + q$, kde q značí průsečík s osou y (v našem případě je to hodnota tlaku v nulové hloubce). Zjistíte ji tak, že v otevřeném grafu posunete kurzorem do bodu s x -ovou souřadnicí $x = 0$ a zapišete hodnotu tlaku v tomto bodě.

Do hloubky!

5. Použijte vaše zjištěné hodnoty k a q a napište rovnici lineární funkce.

$y =$

6. Nyní proložte graf naměřených hodnot přímkou, jejíž rovnici jste spočítali.
- Vyberte **Analýza** → **Proložit křivku**. Zatrhněte **Manuální aproximace**.
 - Vyberte funkci $y = k \cdot x + q$ (lineární).
 - Do pole pro q napište průsečík s osou y , který jste zjistili dříve.
 - Do pole pro směrnici k napište hodnotu, kterou jste spočítali.
7. Jak dobře odpovídá tato přímka vašim hodnotám? Jakými body prochází?

Odpověď:

8. Místo určení rovnice přímky ze dvou bodů můžete použít počítač, který proloží naměřená data lineární funkcí, která bude nejlépe odpovídat všem naměřeným hodnotám.
- Stiskněte tlačítko **Proložit přímkou**.
 - Zapište si rovnici lineární funkce, kterou pro vás počítač spočítal.

$y =$

9. Jsou tyto dvě přímky odlišné? Proč by mohly být?

Odpověď:

10. Speciálním případem lineární funkce je přímá úměrnost. Tato funkce je tvaru $y = k \cdot x$ (hodnota konstanty $q = 0$). Jakým způsobem byste dostali z naší lineární funkce funkci přímé úměrnosti? (Jak by se muselo upravit měření?)

Odpověď:

11. Znáte nějaké další závislosti, které se chovají podobným způsobem? Jaké?

Odpověď:

Zpracování Ukázka naměřených hodnot:

hloubka (cm)	tlak (kPa)
0	99,62084
2,5	99,75991
5	99,99981
7,5	100,2536
10	100,4796
12,5	100,7265
15	100,9316
17,5	101,1402
20	101,3627
22,5	101,5957
25	101,7834

Odpovědi na otázky 2) Pohybujte kurzorem po naměřených hodnotách. Vyberte libovolné dva body (x_1, y_1) a (x_2, y_2) a zapište jejich souřadnice do následující tabulky.

	x: Hloubka (cm)	y: Tlak (kPa)
1. bod	2,5	99,76
2. bod	22,5	101,60

3) Použijte body z vaší tabulky k výpočtu směrnice k .

$$k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 0,092$$

5) Použijte vaše zjištěné hodnoty k a q a napište rovnici lineární funkce.

$$y = 0,092 \cdot x + 99,62$$

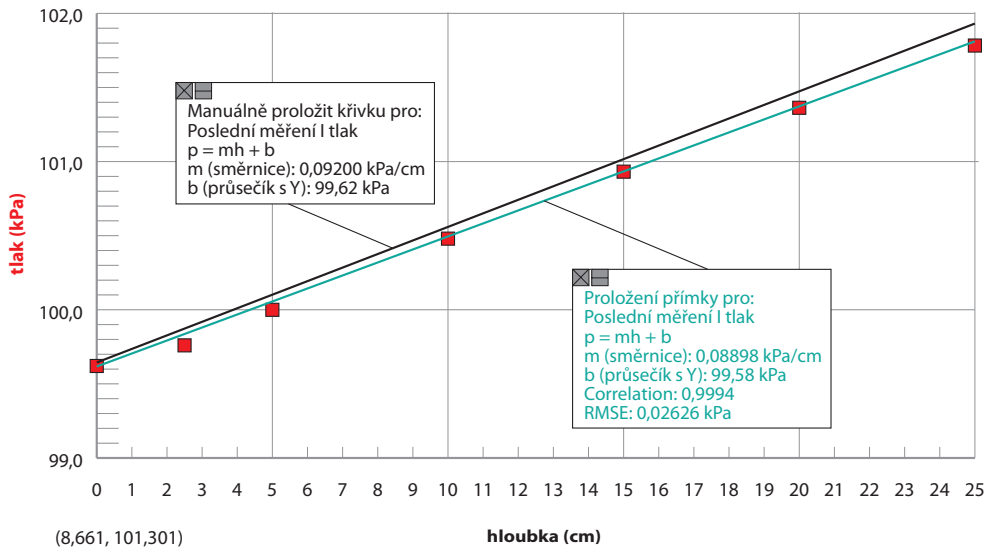
7) Jak dobře odpovídá tato přímka vašim hodnotám? Jakými body prochází?

Odpověď: Přímka prochází prvním naměřeným bodem (průsečík s osou y) a dále nad ostatními body. Proložení tedy není příliš dobré a je ovlivněno tímto prvním měřeným bodem.

Do hloubky!

úloha 5

**Graf
s proloženými
přímkami**



8b) Zapište si rovnici lineární funkce, kterou pro vás spočítal počítač.

$$y = 0,08898 \cdot x + 99,58$$

9) Jsou tyto dvě přímky odlišné? Proč by mohly být?

Odpověď: Ano, tyto dvě přímky nejsou totožné; počítač počítá nejmenší možnou odchylku proložené přímky ze všech naměřených bodů, zatímco v ručním proložení jsme pracovali pouze se dvěma body, které přímku určovaly. To může mít za následek menší přesnost proložené přímky. Z tohoto důvodu je také vhodné vybírat pro ruční proložení dva body, které jsou od sebe dostatečně vzdáleny.

10) Speciálním případem lineární funkce je přímá úměrnost. Tato funkce je tvaru $y = k \cdot x$. Jakým způsobem byste dostali z naší lineární funkce funkci přímé úměrnosti? (Jak by se muselo upravit měření?)

Odpověď: Od naší lineární funkce bychom museli odečíst hodnotu tlaku při prvním měření, kdy byla hadička ještě ve vzduchu. Při novém měření bychom mohli vynulovat tlak vzduchu nad hladinou vody, a měřili bychom tedy pouze hydrostatický tlak.

11) Znáte nějaké další závislosti, které se chovají podobným způsobem? Jaké?

Odpověď: Ano, například napětí na svorkách rezistoru je přímo úměrné proudu, který jím prochází – tzv. Ohmův zákon.