

Projdeme se?

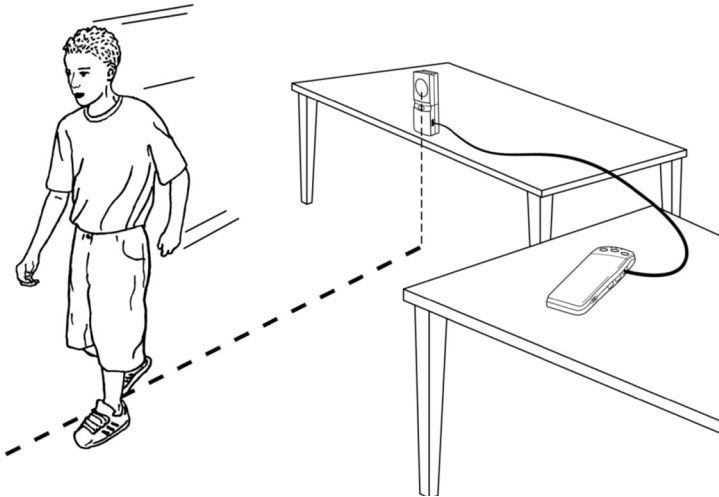
Petra Směšná

- Výstup RVP:** žák chápe funkci jako vyjádření závislosti veličin, umí vyjádřit funkční vztah tabulkou, rovnicí i grafem, dovede vyjádřit reálné situace pomocí funkčních vztahů a řeší tak i slovní úlohy
- Klíčová slova:** lineární funkce, přímá úměrnost, dráha, doba pohybu, obsah plochy pod grafem

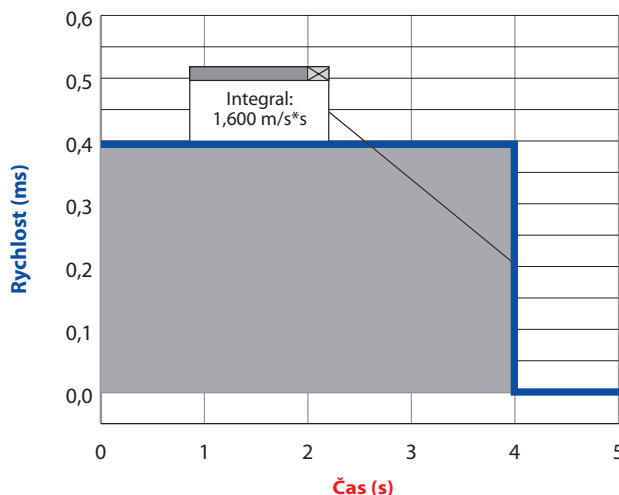
Laboratorní práce
Doba na přípravu:
5 min
Doba na provedení:
45 min
Obtížnost:
střední

- Úkol**
- 1) Změřte závislost dráhy a rychlosti na čase pro člověka v chůzi.
 - 2) Spočítejte plochu pod grafem závislosti rychlosti na čase.
 - 3) Porovnejte tuto hodnotu s celkovou dráhou, kterou chodec ušel.

Pomůcky Počítač, program Logger Pro, detektor pohybu (sonar)



Teoretický úvod Rychlost pohybu určíme jako podíl změny dráhy a změny času $v = \frac{\Delta s}{\Delta t}$. Pokud intervaly dráhy a času budeme snižovat na co nejmenší hodnoty, budeme se blížit vyjádřením k okamžité rychlosti. Budou-li tyto intervaly větší, budeme se blížit k průměrné rychlosti. Průměrná rychlost se spočítá jako podíl celkové dráhy a celkového času $v = \frac{s}{t}$, a je to taková rychlost, jakou bychom se museli pohybovat rovnoměrným pohybem po čas t , abychom ušli dráhu s . Pokud známe průměrnou rychlost a celkový čas, můžeme z toho vyjádření vyjádřit dráhu: $s = v \cdot t$.



Projedeme se?

Pokud je rychlost konstantní, lze spočítat celkovou dráhu jako součin této rychlosti a času, po který se danou rychlostí pohybujeme. Pokud sledujeme graf závislosti rychlosti na čase, pak vidíme, že tento součin je roven velikosti plochy pod křivkou. Jak ale spočítat dráhu, když rychlost není konstantní?

Jeden způsob je, že použijeme místo okamžité rychlosti rychlost průměrnou, kterou dosadíme do vztahu pro výpočet dráhy. Můžeme ale také využít grafu a spočítat plochu pod křivkou v grafu závislosti rychlosti na čase. Pro lineární lomené funkce to umíme spočítat velmi jednoduše. Matematický nástroj, který se nazývá integrál, toto zvládne i pro rychlosti, které se s časem mění (vyjádřené libovolnou křivkou).

- Vypracování**
- 1) Postavte detektor pohybu na stůl tak, aby mířil do otevřeného prostoru, a připojte ho k počítači.
 - 2) V programu Logger Pro si připravte měření.
 - a) Klikněte pravým tlačítkem na graf a vyberte **Nastavení grafu**.
 - b) V panelu **Nastavení souřadnicových os** vyberte takové nastavení, aby na ose y byla **Vzdálenost (m)** a na ose x **čas (s)**
 - c) Ostatní grafy můžete vyjmout (pro lepší rozvržení stránky můžete zvolit **Stránka** → **Automatické rozvržení stránky**).
 - 3) Nastavte dobu měření na 5 s (**Experiment** → **Sběr dat**).
 - 4) Postavte se před detektor pohybu a připravte se na chůzi směrem od něj.
 - 5) Spusťte měření a až uslyšíte cvakání sonaru, počkejte jednu sekundu a pak se rozejděte. Jděte pomalým a rovnoměrným krokem po dobu dvou nebo tří sekund. Pak se zastavte a počkejte na konec měření.
 - 6) Prozkoumejte graf. Měli byste vidět horizontální úsečku, následovanou lineárně rostoucí funkcí, a nakonec zase horizontální úsečku. Pokud máte v grafu skokové změny nebo prázdná místa, opakujte měření.

- Analýza dat**
- 1) Klikněte na graf, aby se stal aktivním, a stiskněte tlačítko **Odečet hodnot**.
 - 2) Pomocí myši se pohybujte po grafu. Hodnoty x odpovídají času a hodnoty y odpovídají vzdálenosti od sonaru.
 - 3) Odečtěte z grafu vzdálenost a jí odpovídající čas, kdy se tato vzdálenost začala zvyšovat. Zapište tyto hodnoty do tabulky jako počáteční vzdálenost a počáteční čas. To stejné udělejte pro vzdálenost a čas, kdy se vzdálenost od sonaru přestala měnit (zapište do tabulky jako koncový čas a koncová vzdálenost). Do tabulky pište hodnoty i s jednotkami a zaokrouhlujte na tři desetinná místa.

počáteční čas	
konečný čas	
doba pohybu	
počáteční vzdálenost	
konečná vzdálenost	
odhadnutá průměrná rychlost	
průměrná rychlost, Logger Pro	
dráha pohybu (z odhadnuté průměrné rychlosti)	
dráha pohybu (z průměrné rychlosti, Logger Pro)	
dráha pohybu (z grafu)	
integrál	

- 4) Klikněte levým tlačítkem v grafu na popisek osy y , **vzdálenost (m)**, a nastavte **Velocity** neboli rychlost (m/s).
- 5) Vyberte tlačítko **Odečet hodnot** a vyberte hodnotu, která se vám zdá, že by mohla nejlépe odpovídat průměrné rychlosti. Nenechte se zaskočit vzhledem grafu. Může být i značně nepravidelný, někdy je vidět každý krok jako mírné zhoupnutí v grafu rychlosti. Zapište tuto hodnotu do tabulky (odhadnutá průměrná rychlost).
- 6) Lze použít program Logger Pro, aby spočítal hodnotu průměrné rychlosti.

- a) V grafu závislosti rychlosti na čase najděte bod, jehož čas odpovídá vašemu počátečnímu času. Levým tlačítkem myši označte část grafu až po čas, který odpovídá vašemu času koncovému.
- b) Klikněte v panelu nástrojů na tlačítko **Statistika**.
- c) Objeví se statisticky spočítané hodnoty a jednou z nich je i průměrná rychlost. Zapište ji do tabulky (průměrná rychlost, Logger Pro).
- 7) Porovnejte zjištěné průměrné rychlosti. Jak se liší? Proč se mohou lišit?
- 8) Nyní, po zjištění důležitých dat z grafu, můžete spočítat ušlou dráhu několika způsoby.
 - a) Pomocí počátečního a koncového času spočítejte dobu pohybu a zapište ji do tabulky i s jednotkami.
 - b) Spočítejte dráhu pohybu pomocí času a odhadnuté průměrné rychlosti $s = v \cdot t$. Zapište ji do tabulky i s jednotkami.
 - c) Spočítejte dráhu pohybu pomocí času a průměrné rychlosti spočítané programem a zapište ji do tabulky i s jednotkami.
 - d) Spočítejte dráhu uraženou chodcem přímo z grafu závislosti vzdálenosti na čase (pomocí počáteční a konečné vzdálenosti). Zapište ji do tabulky i s jednotkami.
- 9) Porovnejte tyto tři hodnoty pro dráhu. Která odpovídá skutečnosti nejlépe a proč?
- 10) Většinou bývá plocha udávána v jednotkách m^2 . Všimněte si, že „plocha“ pod křivkou v grafu závislosti rychlosti na čase má jednotky m . Proč tomu tak je? Uvědomte si, v jakých jednotkách jsou měřeny veličiny na osách x a y .

Úkol pro zvědavé Zopakujte krok 6), ale místo tlačítka **Statistika** použijte tlačítko **Integrál**. Integrál spočítá plochu pod naměřeným grafem. Jaké jsou jednotky výsledku integrálu? Jaké veličině odpovídá tato hodnota?

Projdeme se?

Petra Směšná

Výsledky

počáteční čas	0,75 s
konečný čas	3,05 s
doba pohybu	2,3 s
počáteční vzdálenost	0,719 m
konečná vzdálenost	2,961 m
odhadnutá průměrná rychlost	1,146 m/s
průměrná rychlost, Logger Pro	0,991 m/s
dráha pohybu (z odhadnuté průměrné rychlosti)	2,636 m
dráha pohybu (z průměrné rychlosti, Logger Pro)	2,249 m
dráha pohybu (z grafu)	2,242 m
integrál	2,244 m

Odpovědi na otázky 7) Porovnejte zjištěné průměrné rychlosti. Jak se liší? Proč se mohou lišit?

Odpověď: Odhadnutá a průměrná rychlost jsou řádově stejné, hodnoty se ale nepatrně liší. Velmi záleží na vybraném intervalu, který budeme statisticky zpracovávat.

9) Porovnejte tyto tři hodnoty pro dráhu. Která odpovídá skutečnosti nejlépe a proč?

Odpověď: Hodnoty jsou přibližně stejné, největší odchylku vykazuje hodnota spočítaná z odhadnuté průměrné rychlosti. Odhad průměrné rychlosti je obtížný a nepřesný. Nejpřesnější hodnotu získáme odečítáním z grafu závislosti polohy na čase.

10) Většinou bývá plocha udávána v jednotkách m^2 . Všimněte si, že „plocha“ pod křivkou v grafu závislosti rychlosti na čase má jednotky m. Proč tomu tak je? Uvědomte si, v jakých jednotkách jsou měřeny veličiny na osách x a y.

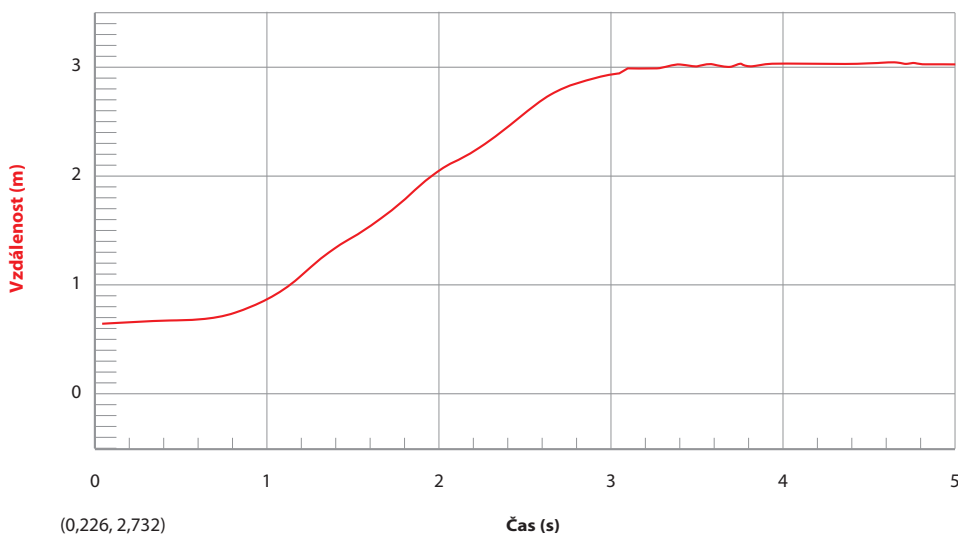
Odpověď: Jednotky plochy pod křivkou jsou m, protože násobíme rychlost v $m \cdot s^{-1}$ a čas v s. Výsledná jednotka veličiny vyjádřené plochou pod grafem je uražená vzdálenost v m, a nikoliv plocha v m^2 .

Úkol pro zvědavé 1) Zopakujte krok 6), ale místo tlačítka **Statistika** použijte tlačítko **Integrál**. Integrál spočítá plochu pod křivkou. Jaké jsou jednotky výsledku integrálu? Jaké veličině odpovídá tato hodnota?

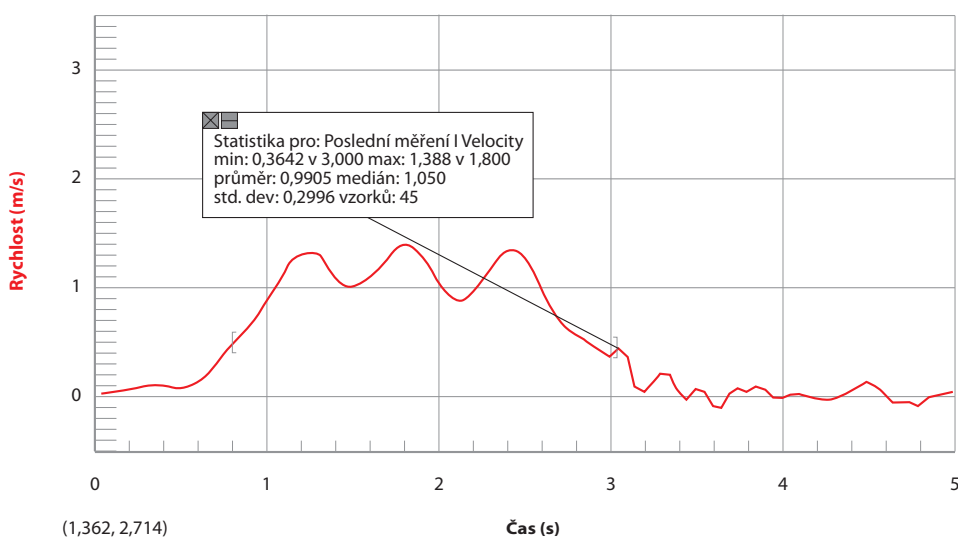
Odpověď: Jednotky výsledku integrálu jsou opět m, což je jednotka uražené vzdálenosti.

Projedeme se?

Graf závislosti vzdálenosti na čase



Graf závislosti rychlosti na čase spolu s výsledky STATISTIKY



Graf závislosti rychlosti na čase spolu s výsledkem INTEGRÁLU

